INSTITUTO SUPERIOR DEL PROFESORADO
"DR. JOAQUIN V. GONZÁLEZ"
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Selección Docente para el Curso de Nivelación del Departamento de Matemática
Año: 2015

La selección docente para el dictado del curso de nivelación se realizará teniendo en cuenta los lineamientos planteados por el Reglamento de Selección Docente del Instituto Superior del Profesorado "Dr. Joaquín V. Gonzalez" con las siguientes observaciones:

- No se exigirá obtener un puntaje mínimo de 50 puntos para ingresar en el orden de mérito
- No se pide la presentación de un plan de trabajo sino de una propuesta didáctica

DESCRIPCIÓN DEL CURSO

El curso se organizará en dos instancias:

Curso regular (para los alumnos que se inscriben en 2014): consta de 10 encuentros (incluida la evaluación). Los mismos serán los lunes, miércoles y viernes del lunes 9 de febrero de 2015 al lunes 2 de marzo de 2015 en el horario de 8:40 a 11:30 en el turno mañana y de 18:10 a 20:50 en turno vespertino. Habrá tres cursos en el turno mañana y dos cursos en el turno vespertino.

Curso acelerado (para los alumnos que se inscriben en 2015): consta de 7 encuentros (incluida la evaluación). Los mismos serán los lunes, miércoles y viernes del lunes 2 de marzo de 2015 al lunes 16 de marzo de 2015 en el horario de 8:40 a 11:30 en el turno mañana y de 18:10 a 20:50 en turno vespertino. Habrá un curso en el turno mañana y un curso en el turno vespertino.

Las clases se desarrollarán en forma de aula taller siguiendo la Guía de Trabajos Prácticos propuesta por la Coordinación de Carrera y la Junta Departamental.

Los contenidos a abordar son:

CONJUNTOS NUMÉRICOS

Números: naturales, enteros, racionales, irracionales, reales. Operaciones. Propiedades.
Lenguaje algebraico. Ecuaciones de una variable: lineales, cuadráticas y exponenciales. Propiedades de las operaciones definidas en los conjuntos numéricos. Proporcionalidad directa. Porcentaje. Progresiones numéricas. Problemas numéricos y algunas demostraciones sencillas. Logaritmos. Aplicación a situaciones problemáticas.

EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Expresiones algebraicas enteras y racionales. Operaciones. Divisibilidad. Factorización.
Aplicación a situaciones problemáticas. Polinomios. Operaciones entre polinomios: suma, resta, multiplicación y división. Divisibilidad de polinomios. Teorema del resto. Raíces de un polinomio. Factorización.

GEOMETRIA: PLANO Y ESPACIO

Triángulos, cuadriláteros, polígonos en general. Perímetros. Área Área del círculo y perímetro de la circunferencia. Teorema de Pitágoras. Interpretación geométrica de expresiones algebraicas. Características y definiciones de los cuerpos: prisma, pirámide, cilindro, esfera, cono. Concepto de volumen. Cuerpos, volúmenes, área lateral y área total. Aplicación a situaciones problemáticas.

FUNCIONES

Definición. Dominio e imagen. Intervalos de crecimiento. Máximos y mínimos. Raíces.
Función lineal. Sistemas de ecuaciones. Aplicación a situaciones problemáticas.

PROPUESTA DIDÁCTICA

Todos los aspirantes profesores al curso de nivelación del Profesorado de Matemática deberán presentar una propuesta didáctica que deberá adjuntarse al currículum vitae correspondiente.

Para la propuesta didáctica se deberán tener en cuenta **dos situaciones de un mismo contenido** (a elección) de la guía de trabajos prácticos propuesta para el curso de nivelación, donde se requieran diversas estrategias matemáticas para abordarlos.

La propuesta didáctica debe contener:

- ¿Qué contenidos previos supone que tiene el alumno para poder abarcar esas situaciones propuestas? ¿Qué contenido pretende revisar/enseñar?
- Planteé dos objetivos que apunten a las destrezas matemáticas que se esperan desarrollar/enseñar/integrar en esas situaciones?
- Desarrolle una propuesta concisa pero clara de la metodología e emplear en el aula para que los alumnos puedan interactuar con esas situaciones. (En caso de ser necesario puede posicionarse desde alguna escuela de la didáctica vigente, citando los elementos propios que tome de la misma).
- ¿Cómo prevé la dinámica de la clase respecto del grupo de alumnos y cuáles serían sus intervenciones?
- ¿Qué conceptos claves cree son convenientes institucionalizar y cómo lo haría?
- Finalmente, en caso de incluir una situación similar en la evaluación final del curso. ¿Qué propondría?

La extensión máxima de la propuesta no puede superar las cuatro carillas escritas en hoja A4 Times New Roman, 12 puntos.

GUÍA DE TRABAJOS PRÁCTICOS

GUÍA TEMÁTICA I:

CONJUNTOS NUMÉRICOS

Números: naturales, enteros, racionales, irracionales, reales. Operaciones. Propiedades. Aplicación a situaciones problemáticas.

GUÍA TEMÁTICA II:

EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Expresiones algebraicas enteras. Operaciones. Divisibilidad. Factorización.
Expresiones algebraicas racionales. Operaciones. Simplificación.
Aplicación a situaciones problemáticas.

GUÍA TEMÁTICA III:

GEOMETRIA: PLANO Y ESPACIO

Triángulos, cuadriláteros (clasificación), polígonos en general. Perímetros. Área (con aplicaciones a fracción y porcentajes).
Cuerpos, volúmenes, área lateral y área total.
Aplicación a situaciones problemáticas.

GUÍA TEMÁTICA IV

FUNCIONES
Definición. Dominio e imagen. Intervalos de crecimiento. Máximos y mínimos. Raíces.
Función lineal. Sistemas de ecuaciones.
Aplicación a situaciones problemáticas.

GUÍA TEMÁTICA I

CONJUNTOS NUMÉRICOS

1) Seleccione la respuesta correcta entre las opciones dadas y justifique:

Las letras que aparecen en cada ítem representan números reales.

a) Si $x + y = 8$ y $3y = 12$ entonces x es igual a... i) - 4 ii) -1 iii) 4 iv) 15

b) Si un número "n" se divide por 4, el número tres unidades menos que el resultado es...

i) $\frac{4}{n} - 3$ ii) $3 - \frac{4}{n}$ iii) $\frac{1}{n}$ iv) $\frac{n}{4} - 3$

c) La expresión de "x" en función de "y" que se puede escribir a partir de la ecuación $y – x = 2x + 3$ es ...

i) $3y - 3$ ii) $\frac{y - 3}{3}$ iii) $\frac{y}{3} - 3$ iv) $y – 3$

d) El mayor de 3 números pares consecutivos tales que el menor es la tercera parte del mayor es...

i) 6 ii) 12 iii) 8 iv) 20

e) Si $2 – y < 2y + 2$ entonces... i) $y = 0$ ii) $y > 0$ iii) $y < 0$ iv) $y > - 4$

f) Una condición suficiente para asegurar que $a^2 + a > 1$ es...

i) $a > 1$ ii) $a > - 1$ iii) $a > \frac{1}{2}$ iv) $a > 0$

g) Si $x > y$ ¿cuál de las siguientes afirmaciones es falsa para cualquier valor de x e y?

i) $xy > 0$ ii) $x^2 > y^2$ iii) $x – y < 0$ iv) $5x < 3y$

h) ¿Cuál de las siguientes condiciones hace que $(r – s)$ sea un número negativo?

i) $s > r$ ii) $s < r$ iii) $s > 0$ iv) $r= s$

i) Un número de 2 dígitos es 6 veces la suma de los dígitos que lo componen. El doble del dígito de las unidades es 3 unidades mayor que el dígito de la decena. Entonces el dígito de la unidad es:

i) 2 ii) 3 iii) 4 iv) 5

j) El salario de un mecánico es tres veces el de su ayudante. Recibieron un pago de \$ 68 por un trabajo en el que el mecánico trabajó 4 hs y su ayudante 5 hs . La paga por hora del mecánico es...

i) \$ 4 ii) \$ 12 iii) \$ 17 iv) \$ 51

2) Analice el valor de verdad de las siguientes afirmaciones. **Investigue con ejemplos**.

2.1) Para todo par de números enteros x e y ...
a) ...si x e y son números pares, entonces su suma es un número par.
b) ...si x e y son números impares, entonces su suma es un número par.
c) ...si x es múltiplo de 3 e y es múltiplo de 2 entonces $x + y$ es múltiplo de 5.

d) ...si x es múltiplo de 3 e y es múltiplo de 2 entonces x . y es múltiplo de 6.
e) ...si x + y es un número divisible por 3 entonces 10.x + y es un número divisible por 3.
f) ...si x es un múltiplo de 5 entonces su anterior es múltiplo de 4.
g) ...x^2 es impar si y solo si x es impar.

2.2) Elija dos de las afirmaciones verdaderas y demuéstrelas.

3) Indique si los siguientes enunciados son verdaderos o falsos. Justifique sus respuestas.
a) La suma de dos números enteros cualesquiera es un número entero.
b) El opuesto de cualquier número entero es menor que el número.
c) El opuesto del cuadrado de cualquier número entero es positivo.
d) El cociente entre dos números enteros cualesquiera es un número entero.
e) El cubo de cualquier número entero es menor que el número.

4) Coloque Sí o No en la casilla que corresponda**.**

x	$x \in Z$	$x \in Q$	$x \in I$
$\frac{3}{7}$			
-2			
0,125			
$2,0\overset{\frown}{1}$			
$-\frac{11}{3}$			
$\sqrt{11}$			
$2+\sqrt{11}$			
π			
2,00013			

5) a) Encuentre los números reales representados por las letras, siguiendo las pistas que se dan.

p está a $\frac{5}{4}$ de unidad de -2,5

q está a $\frac{11}{8}$ de unidad de p

r está $\frac{5}{3}$ de unidad antes de 3,9

b) ¿Cuál de ellos es el más cercano a 0?

6) Indique y corrija los errores que aparecen en cada una de las siguientes expresiones**.** Mencione las propiedades de las operaciones involucradas que se relacionan con los errores cometidos y sus respectivas correcciones. *En todos los casos las letras representan números reales y las expresiones de los denominadores son distintas de cero:*

a) $a.(b + c)=a.b + c$

b) $\frac{a - 2b}{2} = a - b$

c) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{a+b}$

d) $a.(b - b) = c.(b - b) \Rightarrow a=c$

e) $2^x+3^x = 6^x$

f) $(a^3 – b^2)^2 = a^6 – b^4$

g) $\frac{a^2 + b}{a} = a + b$

h) $a + a + a + b + b = a^3 + b^2$

i) $a.a = 2^a$

j) $a^2 . a^3 = a^6$

k) $\sqrt{a^2.b} = ab$

l) $\frac{a + 2b}{a + b} = 3$

m) $\sqrt{x^2 + y^2} = x + y$

n) $\frac{a^{15}}{a^{10}} = a^{\frac{3}{2}}$

ñ) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b}$

o) $\frac{m + n}{x + m} = \frac{n}{x}$

p) $\frac{a}{c} = \frac{2}{3} \Rightarrow a = 2 \wedge c = 3$

q) $a:(b + c) = a:b + a:c$

r) $x^{-n} = - x^n$

s) $a^2 = b^2 \Rightarrow a = b$

t) $(a^n)^n = a^{2n}$

u) $- a^2 = a^2$

7) En las siguientes expresiones, las letras representan números **naturales**.
Coloque > , < o = según corresponda.

a) $-\frac{1}{n}$.......... $-\frac{2}{n}$ b) $\frac{4}{a} + \frac{1}{a}$..........$\frac{5}{a}$ c) $\frac{a}{c}$..........$\frac{a}{c + 1}$ d) $\frac{m}{n}$..........$\frac{m + 1}{n}$

8) Se sabe que **a** y **b** son números enteros tales que **a. b < 0** , y **a > 0**. Complete con **>** ó **<** según corresponda:

a) –2 . a . b . a ....0 b) a. b. a. b ....0 c) a . b . b .... 0 d) -a . (–b) 0

9) ¿Para qué valores enteros positivos de **n**, la expresión $\frac{36}{n + 2}$ es un número entero?

10) Indique si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa, justificando la respuesta.
a) La ecuación $x^2 – 4 = 12$ tiene dos soluciones en Z.
b) La ecuación $3 a – 15 = 7$ no tiene solución en Q.
c) La ecuación $n (n + 1) = n^2 + n$ tiene infinitas soluciones.
d) La ecuación $x^2 = 4$ es equivalente a la ecuación $x + 3 = 5$.

11) Resuelva cada una de las siguientes ecuaciones. Discuta el conjunto solución de cada una en los distintos conjuntos numéricos.

a) $3x - (- 2 - 3) = 2 (x + 1) – 18 : (-3)$

b) $3 (4 - x) – x + 2 : (-2) = - 4 – x$

c) $x^2 - \sqrt{121} = 25$

d) $(x + 3)^2 = 81$

e) $3x - (-9 + 5) : (-2) = 6$

f) $|b| - 7 = 13 + 3$

g) $|2x-3| = \frac{2}{3}$

h) $|x+3| + 8 = 12$

i) $9^x - 3^x = 0$

j) $(\frac{1}{2})^x = 0$

k) $3^{3x+1} = 9$

l) $9^{-3x} = \left(\frac{1}{27}\right)^{x+3}$

m) $2 \cdot 2^x - 4 = 0$

n) $8^{-2x} = 16^{-(2x+1)}$

12) ¿Para qué valor real de **a** las ecuaciones $2ax + 3 = 1$ y $(a - 1)x + 4x = -2$ son equivalentes?

13) Dada la ecuación $(a + b)x - (a - b) = 0$

12.1) Determine para qué números reales **a** y **b ...**
a) ... tiene a 1 como solución
b) ... exista (al menos una) solución
c) ... no tiene solución

12.2) ¿Existen valores de a y b tal que la ecuación admita infinitas soluciones?

14) ¿Cuál de las siguientes **no** es una traducción válida de: "el 30% de un número es igual a 21"?
i) $0,30.x = 21$ ii) $0,3.x = 21$ iii) $30.x = 21$

15) Una población de M conejos aumenta todos los meses un 12% el número de sus habitantes.
Con qué expresión o expresiones se puede calcular la cantidad de conejos que habrá al final del segundo mes (considerando que ninguno se murió):
i) $1,12 \cdot M$ b) $M. 1,12^2$ c) $M \cdot 1,12 + M + M$ d) $((M. 1,12) \cdot 1,12)$

16) Determine si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (**F). J**ustifique sus respuestas:

a) La suma de dos números pares es un número primo.
b) Todo múltiplo de tres es múltiplo de 9.
c) Todo divisor de 21 es divisor de 84.

17) Con los dígitos **3, 4, 5** y **9** (sin repetirlos), formar todos los números de cuatro cifras que sean múltiplos de 6.

18) Encuentre el menor número natural de tres cifras divisible por 2, pero no por 4.

19) Encuentre el menor número natural de cuatro cifras que sea divisible por 3, pero no por 9.

20) El producto entre un número natural de tres cifras y 7, termina en 024. Halle dicho número.

21) Demuestre que la suma de tres números naturales consecutivos es siempre múltiplo de 3.

22) Hugo se divertía en sus clases de matemática haciendo cálculos mentales. Un día le dijo a sus compañeros que había encontrado un truco que le permitía elevar al cuadrado muy fácilmente cualquier número de dos cifras que terminase en cinco.

Sus amigos decidieron ponerlo a prueba y le pidieron que les diera el cuadrado de 35:

- 1225 – Replicó Hugo casi al mismo tiempo.
- ¿Y el de 85?
- ¡¡7225!! – Contestó esta vez.

¿Cuál es el truco de Hugo? Una vez que tenga su conjetura, pruébela.
¿Es cierta esta propiedad para cualquier número natural que termine en cinco?

23) Compare los siguientes números, complete con los signos = , > o < según corresponda:

a) 10^{20}......20^{10} b) 202^{303}.......303^{202} c) $(6^{101})^3$......... $(6^3)^{101}$ d) $(2^2)^3$.........2^{2^3}

24) Analice los siguientes razonamientos y critíquelos:

a) Dada la ecuación x-1 = 2, se multiplican ambos miembros por (x-5) y se obtiene
(x-1)(x-5) = 2 (x-5). Operando resulta: $x^2 - 6x + 5 = 2x - 10$.
Se resta a ambos miembros (x-7) y se obtiene $x^2 - 7x + 12 = x - 3$.
Se dividen ambos miembros por (x - 3) , resultando x - 4 =1 .

Por último, se suma a ambos miembros 4 y se obtiene x = 5 .

b) Sergio quería convencer a José que 2 = 3.
Para ello partió de una igualdad indiscutible: 4 -10 = 9 –15 .
Luego sumó a ambos miembros de la igualdad $\frac{25}{4}$ y los escribió como trinomios cuadrados perfectos

$$\left(2-\frac{5}{2}\right)^2 = \left(3-\frac{5}{2}\right)^2 .$$

Extrajo la raíz cuadrada de cada miembro de la igualdad y resultó $2-\frac{5}{2} = 3-\frac{5}{2}$.

Sumó $\frac{5}{2}$ en ambos miembros y llegó a que **2 = 3** .

25) 25.1) Usando la definición de logaritmo de un número, resuelva. Si en algún caso no existiera el resultado, explique por qué.

a) $\log_2 \frac{1}{2} =$ **b)** $\log_{\frac{1}{2}} 2 =$ **c)** $\log_2 0 =$ **d)** $\log_2 \sqrt{2} =$ **e)** $\log_{\sqrt{2}} 2 =$

f) $\log_2(-2)$ **g)** $\log_{\frac{1}{2}} \sqrt{2} =$ **h)** $\log_{\sqrt{2}} \frac{1}{4} =$ **i)** $\log_{\frac{1}{4}} \sqrt{2} =$ **j)** $\log_{-\frac{1}{2}} 2 =$

25.2) Calcule (**a**>0):

a) $\log_a a^4 =$ b) $\log_a \sqrt[5]{a} =$ c) $\log_{\sqrt{a}} (a)^{-3} =$

26) Halle la base de los siguientes logaritmos:

a) $\log_x 4 = 1$ b) $\log_x 10000 = 2$ c) $\log_x 3 = \frac{1}{2}$

27) Sabiendo que $\log 2 = 0{,}301$ y que $\log 3 = 0{,}477$, aproximadamente, calcule (sin usar calculadora) con un error $\varepsilon < 10^{-3}$, los siguientes logaritmos:

a) log 6 b) log 1,5 c) log 4 d) log 36

e) log 0,75 f) $\log\sqrt{12}$ g) log 600 h) $\log\sqrt[5]{\frac{4}{9}}$

28) Halle los valores de x pertenecientes a los números reales que verifiquen (aplique propiedades):

a) $\log_{14} 1 = x$ b) $\log_3 x = 4$ c) $\log 40 - \log 4 = x$ d) $\log_x 16 = 2$

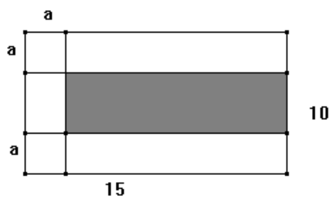
e) $\log(x-3) + \log x = \log 4$ f) $\log_3 x^2 = 6$ g) $2\log(2x) - \log x = 2$

GUÍA TEMÁTICA II:

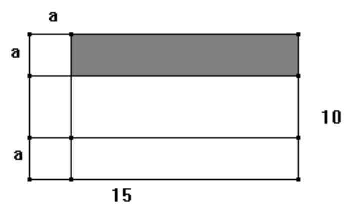
EXPRESIONES ALGEBRAICAS

1) a) Escriba una expresión algebraica que corresponda al área de la zona de color.
b) Indique de qué grado es la expresión polinómica obtenida en cada caso.
(los rectángulos tienen: base = 15 y altura = 10)

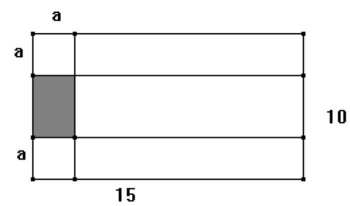
I.



II.



III.



2) Determine cuáles de las siguientes expresiones son polinomios, indicando grado, coeficiente principal y término independiente de cada uno, en caso que lo sean.

a) $p(x) = \frac{1}{5}x^3 - x + 1$ b) p(x) = (x+1)(x-1) c) p(x) = $\frac{7x^4}{3}$

d) $p(x) = \frac{x^2 + 1}{2}$ e) $p(x) = \sqrt{x+2}$ f) $p(x) = \sqrt{(x+1)(x-1)}$

g) p(x) = $(x-3)^3$ h) $p(x) = \frac{x^3 - 2x^2 + 3}{x+2}$ i) $p(x) = \frac{7}{3x^4}$

3) a) Si el grado del polinomio A es 2 y el de B es 3, ¿cuál es el grado de A . B?
b) Si P y Q son polinomios de grado 3, ¿Qué puede decir del grado de P + Q?
c) Dé un ejemplo de dos polinomios de grado 3, tal que su suma sea de grado 1.
d) Dados $A(x) = 2x^2 + 3x - 1$ y $B(x) = x^3 + x^2 - 2x + 3$, señale (sin resolver) con qué términos se debe operar para obtener el término de segundo grado del producto entre A y B.

4) Complete el cuadro:

A	$2x + 4$	$x^3 - 1$	$x + 1$	
B		$x - 1$		$-x^2 - x + 1$
A + B	$x^2 + 3x - 1$			
A . B			$x^2 - 1$	
A – B				$2x^2 - 5x$
gr (A)				
gr (B)				
gr(A·B)				
gr(A+B)				
gr(A-B)				

5) Siendo $P(x) = x^2 + 2x - 1$, $Q(x) = 3x - 2$ y $R(x) = Q^2$, verifique que:

a) $P - Q \neq Q - P$ b) $P - (Q + R) = P - Q - R$ c) $(P + Q).\,R = P.\,R + Q.\,R$

6) Calcule el valor de **h** y de **k** sabiendo que $P(x)=3x^2 + 2hx - (3k+2)$ y $Q(x) = -3x^2 + 5x + h + k$ son polinomios opuestos.

7) Calcule el valor de **k** para que A(x) sea divisible por B(x), siendo $A(x)=3x^2 - 2(k + 1)x + k-3$ y $B(x)=x + 1$.

8) Calcule **a** sabiendo que –2 es raíz del polinomio $C(x) = 4x^3 - (3 + a)x^2 + (2 + a)x + a$.

9) Calcule el valor de **h** sabiendo que P(x) y Q(x) son iguales:

a) $P(x) = 2x^3 + (h - 1)x^2 - 3$; $Q(x) = 2x^3 - 7x^2 - 3$
b) $P(x) = 5x^2 + (h^2+2)x - 4$; $Q(x) = 5x^2 + 2hx - 4$
c) $P(x) = (h^2 - 3h)x^2 + (2 - h)x - 1$; $Q(x) = -2x^2 + (2h - 4)x - 1$

10) Halle el valor de **k** ∈ **R** de forma tal que la especialización (valor numérico) de $P(x) = -2x^2 + 3x^4 - 5 + kx$ sea igual a 6 cuando x es igual al coeficiente principal del polinomio.

11) Complete:

$$\begin{array}{r|l} 3x^4 + 5x^3 - 5x^2 - 25x - 8 & \qquad\qquad\qquad \\ \cline{2-2} -15x - 6 & 3x^2 + 5x + 1 \end{array}$$

12) Encuentre un polinomio P(x) tal que si se lo divide por $2x+3$ tiene por cociente $5x-3$ y resto –3.

13) a) Halle los valores de **a** ∈ R sabiendo que $P(x) = -2x^2 + 3x + 14$ es divisible por $C(x) = x - a$

b) Halle **b** ∈ R para que $C(x)= x+ b$ sea un divisor de $Q(x) = -3x^2 +2x - 1$

14) Calcule **k** para que el resto de A(x): B(x) sea igual a **– 2,** siendo:
$A(x)= (3k-3)x^2 - (k +2)x - 5$ y $B(x)= x - 1$

15) El polinomio $M(x) = x^4 - ax^3 + bx^2$ tiene raíces $x = 3$ y $x = -1$. Halle los valores de **a** y de **b**.

16) a) Calcule **k** para que $p(x) = 5kx^2 - (2k + 10)x + 4$ tenga dos raíces iguales.

b) Calcule para qué valor de **k** $p(x) = 3x^2 + kx - 2$ tiene una raíz igual a **–2.**

17) a) Dada la ecuación $8x^2 - (k - 1)x + k - 7 = 0$ determine **k** para que las raíces sean iguales.

b) Dada la ecuación $\frac{1}{2}x^2 - (k-2)x + (1-k) = 0$

¿para qué valores de **k** , no tiene solución en $\Re$?

18) Proponga una ecuación cuadrática que tenga por raíces $x_1 = 2$ y $x_2 = \frac{1}{2}$. ¿Es única?

19) Determine el conjunto de definición, efectúe las operaciones y exprese el resultado en forma simplificada.

a) $\dfrac{x}{x-3} - \dfrac{3}{x-2} =$

b) $\dfrac{3}{1-2x} - \dfrac{7}{1+2x} + \dfrac{20x-4}{4x^2-1} =$

c) $\dfrac{x-1}{x-5} \cdot \dfrac{x^2-25}{x^3-1} : \dfrac{x^2+10x+25}{x^2+x+1} =$

d) $\left(\dfrac{x+1}{x-1} - \dfrac{x-1}{x+1}\right) : \left(\dfrac{x+1}{x-1} + \dfrac{x-1}{x+1}\right) =$

e) $\dfrac{1 - \dfrac{x-y}{x+y}}{-1 + \dfrac{x+y}{x-y}} =$

f) $\left(\dfrac{1}{x} + \dfrac{3}{x^2-x}\right) : \dfrac{x^2+4x+4}{x^2-x} =$

g) $\dfrac{1}{x^2-x} - \dfrac{2}{x-1} - \dfrac{1}{x-x^2} =$

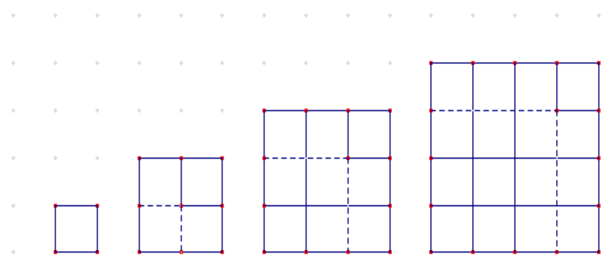
20) a) Observe el diagrama y describa la regla de formación, indicando...

a.1) ...el número que corresponde al total de cuadraditos en cada caso.

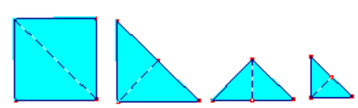
a.2) ...el número de cuadraditos que se agregan cada vez.

b) Considerando la descripción anterior,

¿Cuánto es 1 + 3 + 5 + ... + 55 ?



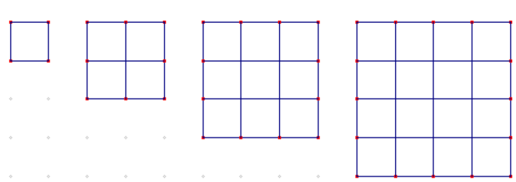
21) Se dobla una hoja de papel cuadrada de 1m^2 de área por su diagonal y se obtiene un triángulo, luego se pliega por la altura del triángulo (como indica la figura) y se obtiene otro triángulo. Así se continúa con algunos dobleces más.
¿Con qué expresión es posible calcular el área del triángulo obtenido en el doblez n – ésimo?



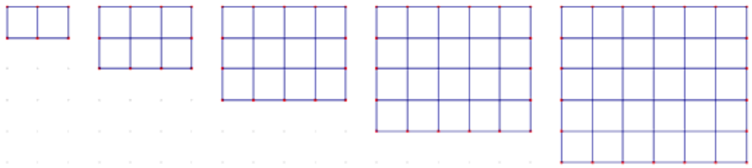
22) Forme con fósforos un triángulo equilátero, posteriormente arme dos triángulos equiláteros que compartan un lado, luego tres y así sucesivamente. ¿Qué relación existe entre el número de fósforos y el número de orden de la figura?

23) ¿Con qué expresión es posible calcular el número de baldosas en cualquier dibujo de cada secuencia?

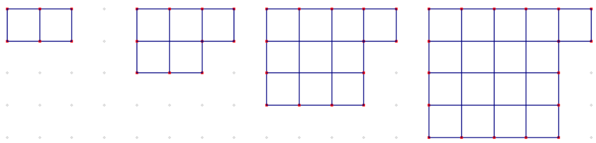
I.



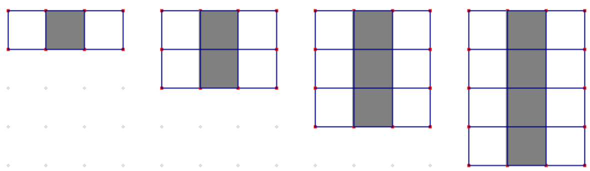
II.



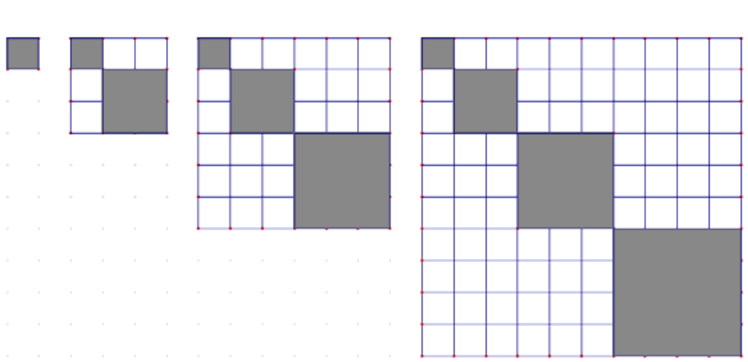
III.



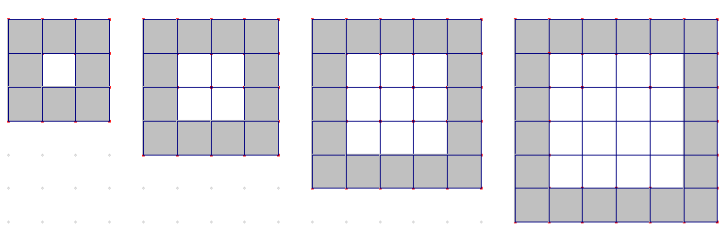
24) ¿Cómo se puede saber el número de baldosas blancas sabiendo el número de baldosas grises en cada posición de la secuencia?



25) a) ¿Qué fracción de las baldosas son grises en los siguientes embaldosados?
b) ¿Cómo puede obtenerse el número de cuadrados grises en cualquier posición de la secuencia?
c) Encuentre una fórmula para el número de cuadrados blancos en cada posición de la secuencia.
d) ¿Cuál será la fracción que corresponda al siguiente embaldosado de la secuencia?



26) ¿Cómo puede calcularse el número de cuadrados grises en función de la posición que ocupa la figura en la secuencia?



GUÍA TEMÁTICA III

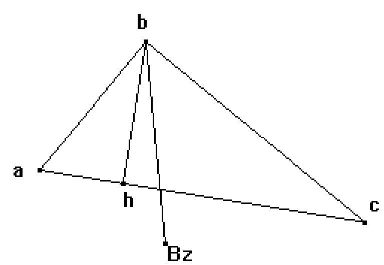
GEOMETRIA: PLANO Y ESPACIO

1) Encuentre una fórmula que permita calcular el área de un rectángulo cuya base **b** es el doble de la altura **h:**
   a) Si se conoce la base.
   b) Si se conoce la altura.

2) Calcule el perímetro de un rectángulo de 288 cm^2 de área, sabiendo que la medida de uno de sus lados es el doble de la medida del otro.

3) En un triángulo isósceles el ángulo exterior adyacente al ángulo opuesto a la base es de 116º. Calcular los tres ángulos interiores del triángulo.

4) Dado el triángulo $a\overset{\Delta}{b}c$ rectángulo en $\hat{b}$. Calcular el ángulo formado por la altura correspondiente a la hipotenusa y la bisectriz del ángulo recto. $\hat{a} = 50º$.



1.

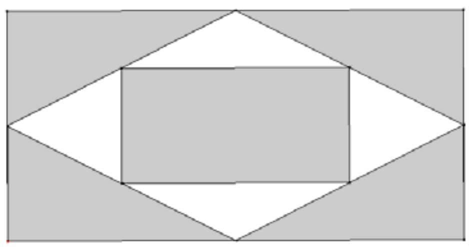
5) La medida de cada uno de los lados de un rombo es de 5 cm y una de sus diagonales mide 2 cm.
   5.1) Dibuje el rombo en una hoja lisa (considerando las medidas dadas)
   5.2) Calcule:
   a) La medida de la otra diagonal.
   b) El área del rombo.
   c) La medida del lado de un cuadrado equivalente al rombo (es decir de igual área que el rombo).
   d) La medida del lado de un cuadrado cuyo perímetro es las tres cuartas partes del perímetro del rombo.
   e) El área del cuadrado de d).

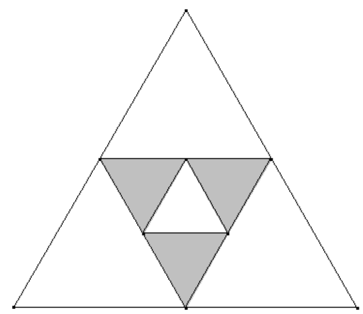
6) El perímetro de un trapecio rectángulo es de 54 cm. La medida del mayor de los lados no paralelos es 12 cm, la medida de la base menor es igual a la medida de la altura y la base mayor mide el doble de la base menor.
   6.1) Dibuje el trapecio en una hoja lisa (considerando las medidas dadas)
   6.2) Calcule el área del trapecio.

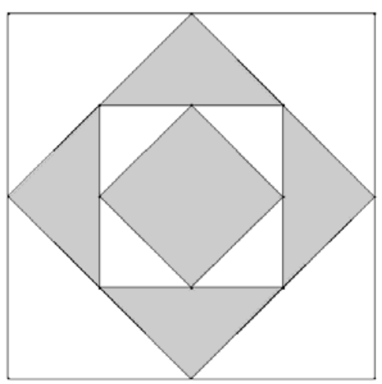
7) Los lados de un triángulo rectángulo son tres múltiplos de 5 consecutivos. Calcular:
   a) El área del triángulo.
   b) La altura correspondiente a la hipotenusa.

8) Las ruedas delanteras y traseras de un vehículo tienen 80 cm y 1,10 m de diámetro, respectivamente. Calcule la distancia recorrida por el vehículo sabiendo que las ruedas delanteras han dado 450 vueltas más que las traseras. (Obtenga el resultado con un error $\varepsilon < 10^{-2}$

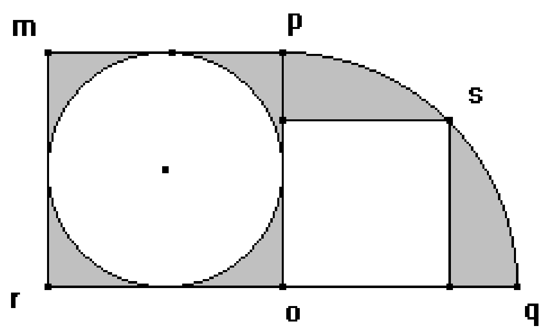
9) Calcule el área de las figuras sombreadas (1), (2) y (3) sabiendo que para su construcción se han considerado los puntos medios de los lados. La base **b** del rectángulo (1) es el doble de su altura **h**. El triángulo (2) es equilátero, de lado **L.** El cuadrado (3) es de lado **a.**


(1)

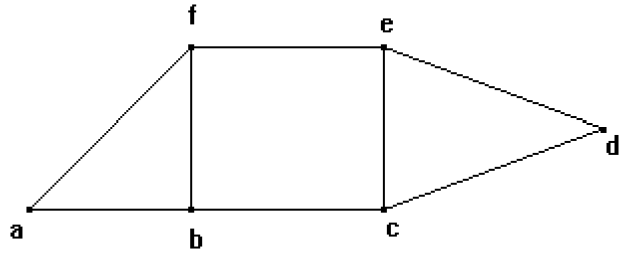

(2)


(3)

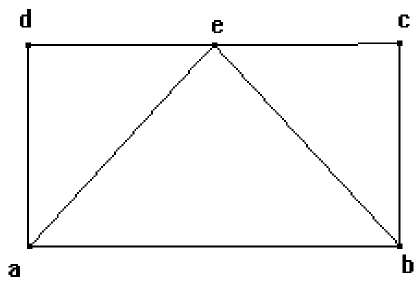
10) El arco $\widehat{pq}$ tiene centro en *o*. El perímetro del cuadrado *mpor* es de *32 cm.* Calcular el área sombreada



11) Calculen el perímetro del cuadrado y de cada triángulo isósceles sabiendo que la suma de sus áreas es igual al área del cuadrado, la cual es de $36cm^2$. ($\overline{ed} = \overline{cd}$)



12) Dado el rectángulo *abcd* y sabiendo que *e* es el punto medio de $\overline{dc}$. Demostrar que: $\overline{ae} = \overline{eb}$



13) Dado el triángulo equilátero $\overset{\Delta}{d\,e\,f}$ de lado m y una de sus alturas $\overline{eh}$. Calcular la medida de $\overline{eh}$ en función del lado. ¿Cuánto mide al ángulo $d\hat{e}h$?

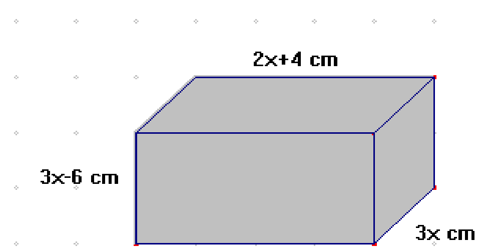
14) Un envase de leche tiene **a** centímetros de ancho, **l** centímetros de largo y **h** centímetros de alto:
i) ¿Cuál es la altura de una caja con la misma capacidad que el envase pero que tiene el doble de ancho y el doble de largo?
ii) ¿Cuál es la altura de otra caja con doble capacidad que el envase y que tiene la mitad del ancho y el triple de largo?
iii) ¿Cuánto mayor es la capacidad de otro envase que tiene el doble de ancho, doble de alto y doble de largo que el envase original?

15) Considere un prisma de base cuadrada que tiene 1,5m de altura.

a) Escriba la fórmula que permita calcular el volumen del prisma en m^3 en función de la arista **a** de la base (en metros).

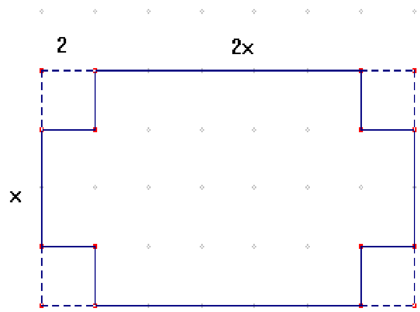
b) ¿Cuánto mide el perímetro de la base si el volumen del prisma es $0{,}135m^3$?

16) En una fábrica de bombones necesitan construir una caja en forma de prisma rectangular con las medidas que se indican en la figura:



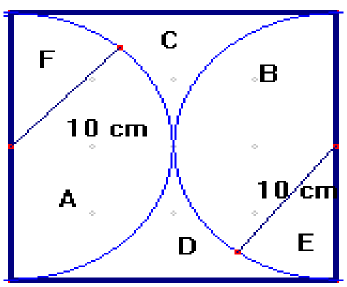
a) Escriba la expresión polinómica factorizada que permite calcular el volumen del envase en función de sus medidas.

b) Si se quiere un envase de 270 cm^3 de capacidad, ¿Cuáles serán las medidas de la misma?



17) A una cartulina se le recortan 4 cuadrados de 4 cm^2 de superficie cada uno, de las puntas, como se indica en la figura, para armar una caja que tenga un volumen de 480 cm^3. ¿Cuáles resultan ser las dimensiones de la caja?
(la cartulina tiene: largo = 2x y ancho = x)

18) Una hoja de papel de forma rectangular tiene como base el doble de la altura. Con este rectángulo se pueden formar dos cilindros: uno enrollándolo a partir de la base y otro enrollándolo a partir de su altura. ¿Es cierto que el volumen de los dos cilindros así formados es el mismo? Justifique.



19) Las figuras que se ven, en este cuadrado, son semicírculos cuyos radios miden 10 cm.
(Los sectores: E y F, tienen el mismo ángulo central)

¿Cuál es el área de las partes A + E + C?

- Para pensar:

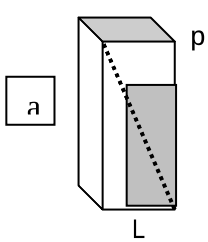
20) La caja de la figura tiene forma de prisma rectangular, cuyo alto (**a**) es igual a las cuatro terceras partes de su largo (**L**). A su vez el largo (**L**) es igual al doble de la profundidad (**p**).

a) Obtenga una expresión que calcule el volumen de la caja conociendo **a.**

b) Sobre la cara lateral delantera se coloca una etiqueta gris (ver fig.) de modo que su diagonal equivale al 80% de la diagonal de la cara

b.1) ¿Cuánto mide la diagonal de la etiqueta si el perímetro de **la cara** de la caja es 126 cm?

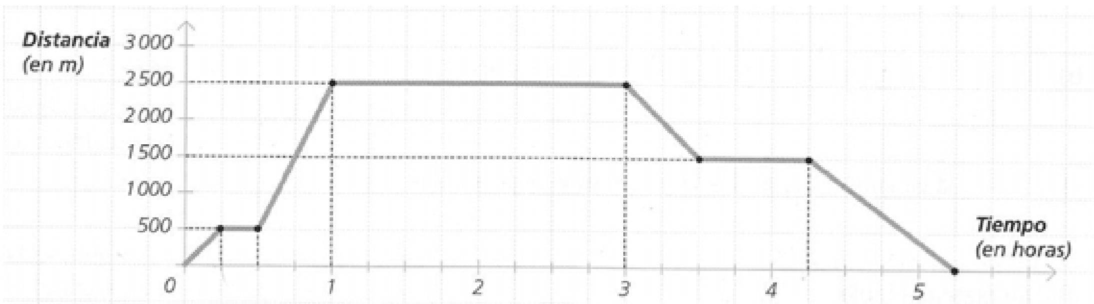
b.2) ¿Qué porcentaje de la cara cubre la etiqueta?



GUÍA TEMÁTICA IV

FUNCIONES

1) Florencia salió de su casa para ir al instituto de inglés. Durante el camino de ida se encontró con una amiga y se detuvo a charlar con ella. De regreso del instituto pasó por un ciber a revisar su correo electrónico. El gráfico muestra a qué distancia de su casa se encontraba Florencia durante la salida que realizó.



Observa el gráfico y responde:

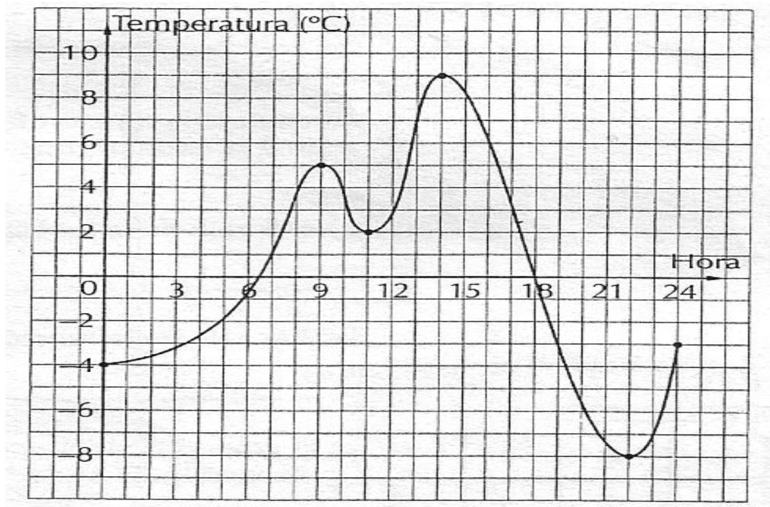
a. ¿Cuánto tiempo tardó en volver a su casa?
b. ¿A qué distancia se encuentra el ciber de la casa de Florencia?
c. ¿Cuánto tiempo estuvo en el instituto de inglés?
d. ¿Cuánto tiempo charló con su amiga?
e. ¿Cuál es la variable independiente y cuál la variable dependiente?

2) A un paciente internado en un hospital le controlan la presión arterial de manera continua, cada 8 horas durante el tiempo que estuvo internado (se considera 0 hs. al momento de internación). La siguiente tabla refleja todos los valores registrados.

Hora	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
Presión	18	8	6	8	12	12	16	20	18	12	12	12	12

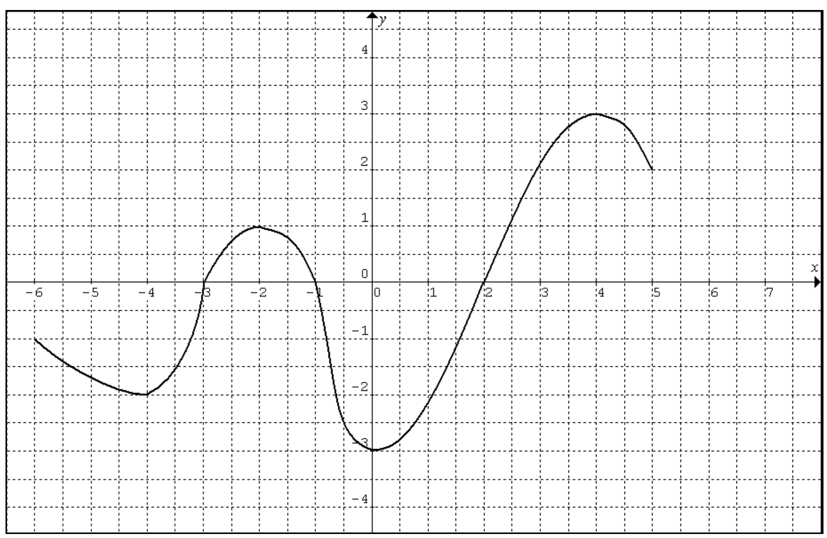
a. Represente gráficamente los datos en un par de ejes cartesianos.
b. ¿Durante cuánto tiempo se tomaron los datos de la evolución de la presión arterial del paciente?
c. ¿Entre qué valores osciló su presión?
d. ¿En qué períodos de tiempo el valor de la presión estuvo subiendo? ¿Cuándo fue bajando? ¿En algún momento se mantiene constante?
e. ¿Cuándo la presión llegó a 8?
f. ¿Cuál fue la máxima presión y cuándo se alcanzó? ¿Cuál fue la mínima y a que hora?
g. ¿Cuánto valía la presión a las 33 horas y a las 62 horas de internación?

3) El siguiente gráfico muestra la temperatura a lo largo de un día en la ciudad de El Bolsón.



   a. ¿Entre qué valores osciló la temperatura?
   b. ¿Entre qué horas la temperatura fue creciente? ¿Entre qué horas fue decreciente?
   c. ¿Cuál fue la temperatura más alta del día y a qué hora se registró?
   d. ¿Cuál fue la temperatura más baja del día y a qué hora se registró?
   e. ¿Qué sucedió a las 18 horas? ¿Y a las 7 de la mañana?
   f. ¿Existe alguna diferencia entre estos datos y los de los ejercicios anteriores?

4) El siguiente gráfico representa una función.



Identifique:

- Dominio
- Imagen
- Intervalos de crecimiento
- Intervalos de decrecimiento
- Raíces
- Máximos y Mínimos

5) De acuerdo a la factura de luz se debe pagar un cargo fijo de $ 4.30 y un cargo variable de $0.40 por Kw. consumido. Completa la siguiente tabla que indica el total de la factura según el consumo.

Kw.	50	100		240		320
Importe a pagar		44.30	52.30		124.30	

a. Escriba la fórmula que permite calcular cuánto dinero hay que pagar por la factura de luz en función del consumo.
b. Represente gráficamente.
c. Explique: qué número representa a la pendiente y qué número representa la ordenada al origen.
d. ¿Se puede pagar $ 3.50 el total de una factura?

6) Dada $f_{(x)} = -\frac{2}{3}x + 1$

a. Represente gráficamente
b. Si $-\frac{2}{3}x + 1 = 0$. La ecuación ¿Tiene solución?
c. El punto de coordenadas (...., 0) es la intersección con el eje........¿hay intersección con el otro eje? ¿Cuál es?
d. ¿Cuál es la pendiente de la recta dada? ¿Qué representa?
e. ¿Cuál es la ordenada al origen de la recta dada? ¿Qué representa?
f. Conteste verdadero o falso y justifique la respuesta.

$f_{(9)} = 5$

$f_{(5)} = -\frac{7}{3}$

$\left(7; \frac{11}{3}\right) \in f_{(x)}$

$\left(-\frac{3}{2}; 0\right) \in f_{(x)}$

7) Escriba la ecuación de la recta que no corta al eje y y pasa por el punto (3;8).

8) Escriba la ecuación de la recta que no corta al eje x y pasa por el punto (-2:-1).

9) Represente las siguientes funciones en un mismo sistema de ejes cartesianos:

$y_1 = 3x + 1$

$y_2 = 3x + 5$

$y_3 = -\frac{1}{3}x$

$y_4 = -\frac{1}{3}x + 6$

La figura determinada por las cuatro rectas ¿Es un paralelogramo? ¿Y un rectángulo? Justifique cada respuesta.

10) En un local bailable se anuncia: "Canilla libre, ¡Puede consumir las copas que desee por $ 60!". En otro lugar se ofrece el precio de cada copa $12.
   a) Represente en un mismo gráfico las ofertas de ambos locales.
   b) ¿En qué casos conviene cada oferta?
   c) ¿Cuál es la consumición para la cual se paga lo mismo en cada lugar?

11) Resuelva analítica y gráficamente los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} 6x - 2y = 16 \\ 2y + x = 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + y = 2 \\ 6x - 9 = 3y \end{cases}$

12) Resuelva planteando previamente el sistema de ecuaciones:

   a) En un restaurante hay capacidad para cien personas. En total hay 21 mesas para 6 y 4 personas cada una. ¿Cuántas mesas de cada capacidad hay en el restaurante?

   b) Martina tiene 27 años menos que su papá. Dentro de 15 años, la edad de Martina será igual a la mitad de la edad de su papá. ¿Cuál es la edad de cada uno?